INSTITUTO DE MATEMÁTICA – UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
SEGUNDA PROVA – 2005/1

CÁLCULO INFINITESIMAL III

---

1. Calcule $\displaystyle\int_\alpha \omega$ nos seguintes casos

(a) $\omega = x^2y^3\,dx - y\sqrt{x}\,dy$, $\alpha(t) = (t^2, -t^3)$, $0 \le t \le 1$

(b) $\omega = yz\,dx + xz\,dy + xy\,dz$, $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$, $0 \le t \le 2$

2. Considere a forma diferencial $\omega = \dfrac{-y}{x^2+y^2}\,dx + \dfrac{x}{x^2+y^2}\,dy$

(a) Mostre que ω é fechada, i.e., que $d\omega = 0$

(b) Mostre que ω não é exata

3. Considere a forma diferencial $\omega = \left(y - \dfrac{y}{x^2+y^2}\right)dx + \left(2x + \dfrac{x}{x^2+y^2}\right)dy$. Calcule $\displaystyle\int_C \omega$, onde C é a elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ percorrida no sentido anti-horário

4. Calcule $\displaystyle\int_C (y-z)\,dx + (z-x)\,dy + (x-y)\,dz$, onde C é a interseção da esfera $x^2+y^2+z^2 = 1$ com o plano $x+y+z = 1$, percorrida num sentido que olhado a partir da origem é anti-horário

5. Determine $\displaystyle\int_W x\,dz \wedge dz + y\,dz \wedge dx + z\,dx \wedge dy$, onde W é a fronteira do da região obtida ao remover-se cubo $[1,2]\times[1,2]\times[1,2]$ do cubo $[0,2]\times[0,2]\times[0,2]$